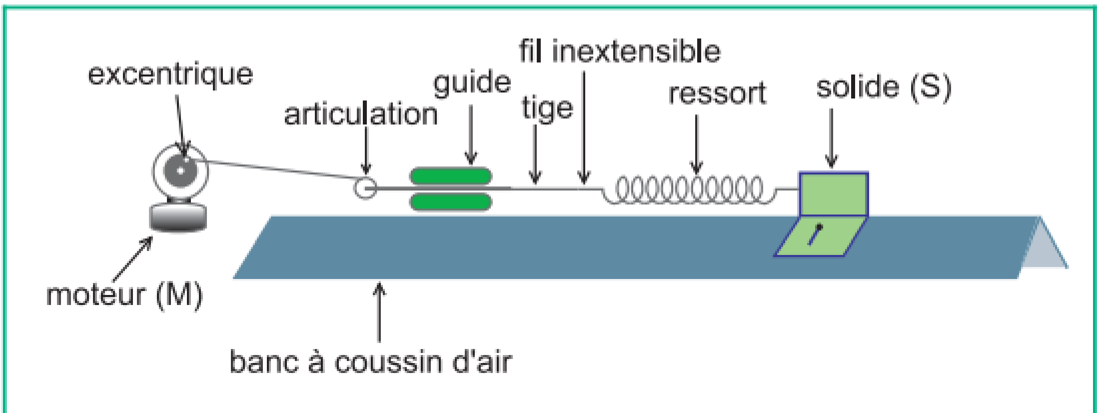
I] ETUDE EXPERIMENTALE

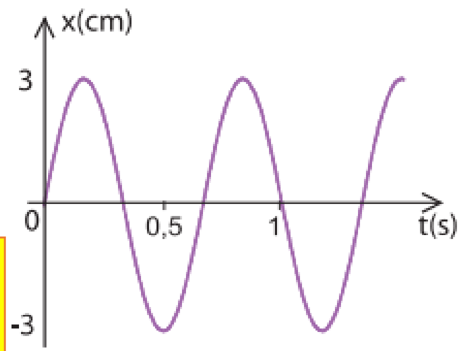
1- PRODUCTION D'OSCILLATIONS FORCÉES

Comme dans la nature, nombreux sont les domaines où les oscillations mécaniques sont importantes. Lorsqu'elles sont recherchées, il faut penser à les entretenir. En fait, pour éviter la diminution de leur amplitude due aux frottements inéluctables, on doit leur apporter de l'énergie. Comme dans le cas des oscillations électriques, lorsque l'apport de l'énergie se produit périodiquement avec un dispositif approprié appelé excitateur, les oscillations mécaniques entretenues sont dites forcées.



Dispositif d'étude des oscillations forcées d'un pendule élastique horizontal

En faisant tourner le moteur à la fréquence N = 1,5 Hz le palet (S) se met à osciller sur le banc de part et d'autre de sa position de repos. Une fois le régime permanent est établi, on réalise un enregistrement graphique qui donne la courbe ci-contre

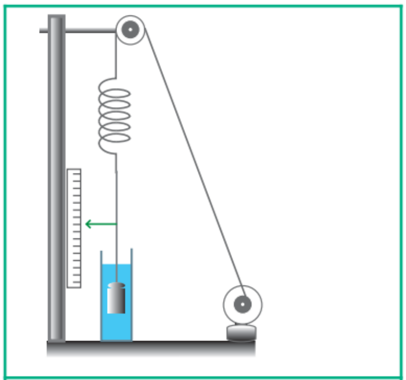


Conclusion

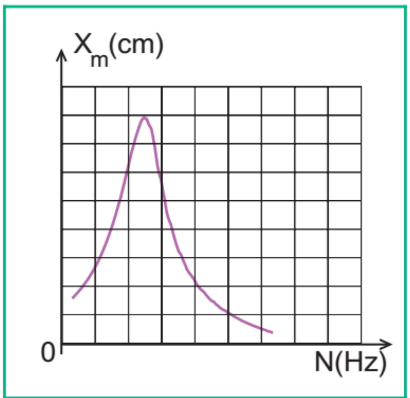
Etant soumis à des excitations périodiques, le pendule élastique effectue des oscillations forcées avec une période imposée par **l'excitateur**. L'oscillateur (pendule élastique) est appelé **résonateur**.

2- INFLUENCE DE LA FRÉQUENCE DE L'EXCITATEUR SUR L'AMPLITUDE DES OSCILLATIONS

On fait varier la fréquence de rotation du moteur et on mesure à chaque fois l'amplitude des oscillations du pendule élastique. Les résultats des mesures permettent de tracer la courbe de réponse **Xm = f(N)**



Pendule élastique vertical



Courbe $X_m = f(N)$

Conclusion

En **régime sinusoïdal forcé**, l'amplitude **Xm** des oscillations d'un pendule élastique dépend de la fréquence N des excitations. Elle atteint sa valeur la plus élevée à une fréquence **Nr** ……………………………… à la fréquence propre **N_0** du pendule : on dit qu'il y a ……………………………………….. **Nr est appelée fréquence de résonance**

3-INFLUENCE DE L'AMORTISSEMENT SUR L'AMPLITUDE DES OSCILLATIONS

On reprend le dispositif expérimental et On augmente l'amortissement :

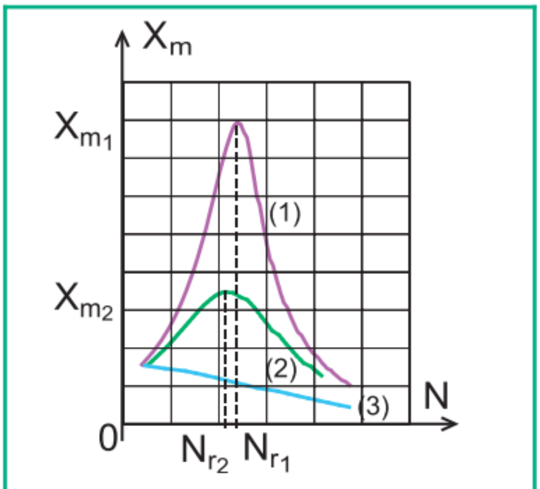
Conclusion :

Pour une fréquence d'excitation donnée, l'amplitude des oscillations forcées d'un pendule élastique est d'autant plus petite que l'amortissement est ……………………….

Avec un faible amortissement la résonance est …………

Avec un amortissement important, la résonance est ………………

La fréquence de résonance N_r ………………… la fréquence propre N_0 du pendule élastique. Cependant, l'écart entre ces fréquences est d'autant plus remarquable que ………………………………………………

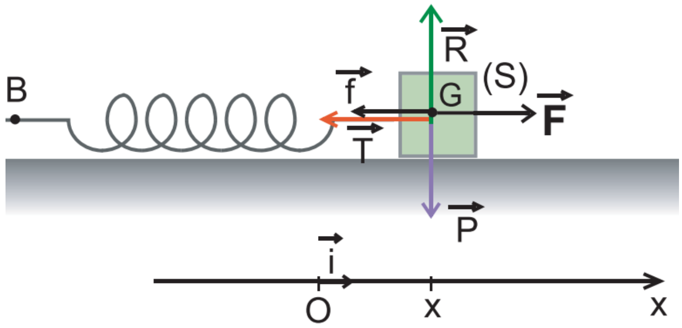


Influence de l'amortissement sur l'amplitude

II] ETUDE THÉORIQUE :

1- Analogie formelle mécanique-électrique

Afin de pouvoir exploiter l'analogie formelle mécanique-électrique , Il faut associer à la valeur $F = F_m \sin(\omega t + \varphi_F)$ de la force excitatrice une grandeur électrique analogue. Ça ne peut être que la tension excitatrice $u = U_m \sin(\omega t + \varphi_u)$. Ainsi, l'analogie à utiliser pour déterminer la nature des oscillations du pendule élastique peut être résumée comme suit :



Oscillateur électrique	Oscillateur mécanique
q	
$i = \frac{dq}{dt}$	
L	
R_T	
$\frac{1}{C}$	
$u = U_m \sin(\omega t + \varphi_u)$	

2- Equation Différentielle :

En fonction de x :	En fonction de v
pour un tel circuit RLC série, en régime sinusoïdal forcé, l'équation différentielle s'écrit : $L\frac{d^2q}{dt^2} + R_T\frac{dq}{dt} + \frac{1}{C}q = u$ ce qui donne par analogie, comme équation différentielle en x : …………………………… Une telle équation différentielle admet comme solution particulière : ……………………………….	$R_T i + L\frac{di}{dt} + \frac{1}{C}\int i dt = u$ l'équation différentielle en la vitesse v du centre d'inertie G du solide …………………………………….. avec $v(t) = V_m \sin(\omega t + \varphi_v)$ $v(t) = X_m \omega \sin(\omega t + \varphi_x + \frac{\pi}{2})$ $Donc\ on\ a :$ $v(t) = V_m \sin(\omega t + \varphi_v)$ $avec V_m = \omega X_m\ et\ \varphi_v = \varphi_x + \frac{\pi}{2}$

q(t) est toujours en retard de phase par rapport à u(t)	→	....

3- RÉSONANCE D'ÉLONGATION :

Par analogie avec l'expression de la valeur maximale Qm de la charge q du condensateur d'un circuit RLC série en régime forcé sinusoïdal, on peut dégager l'expression de la valeur maximale Xm de l'élongation du centre d'inertie G du palet du pendule élastique x.

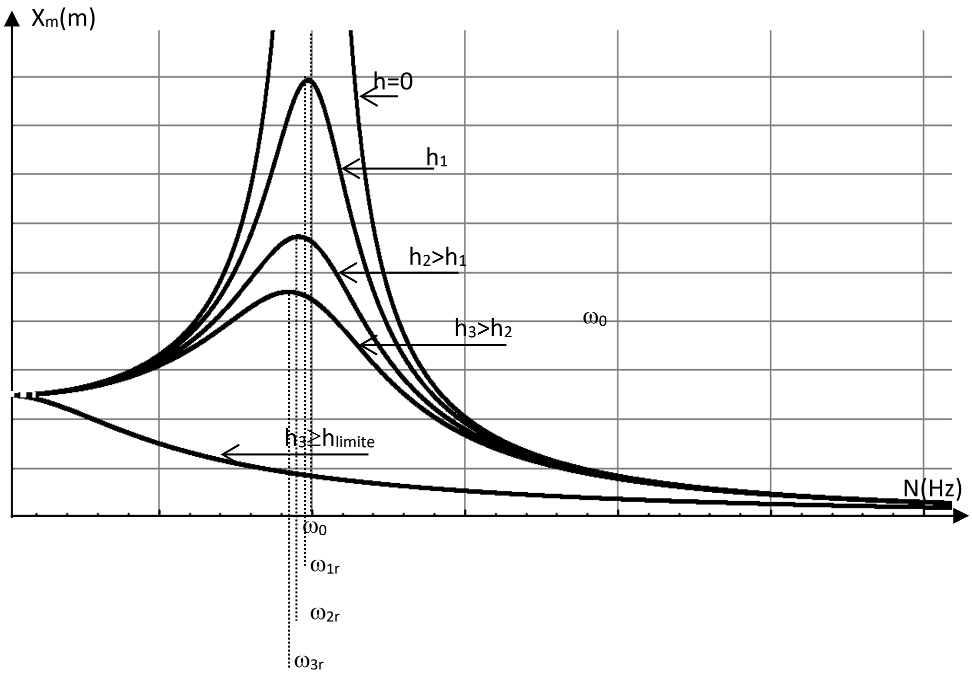
$$Q_m = \frac{U_m}{\sqrt{R_T^2\omega^2 + (L\omega^2 - \frac{1}{C})^2}}$$ d'où ....

Donc, comme pour **Q_m**, l'amplitude **Xm** dépend de la pulsation et, par suite, de la fréquence N de l'excitateur.

La même analogie nous permet de caractériser la résonance d'élongation comme suit :

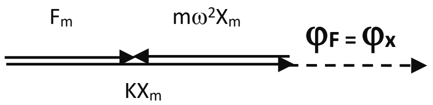
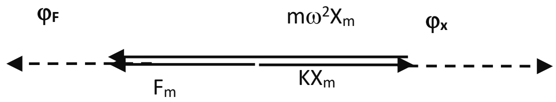
$\omega_r = \sqrt{\omega_0^2 - \frac{R_T^2}{2L^2}}$ $N_r = \sqrt{N_0^2 - \frac{R_T^2}{8\pi^2 L^2}}$	

La courbe de variation de X_m=f(N), (Courbe de résonance délongation).



Cas particuliers :

- Absence de l'amortissement (h=0)

$\omega < \omega_0$	$\omega > \omega_0$
 $\Delta\varphi = \varphi_F - \varphi_x = 0$	 $\Delta\varphi = \varphi_F - \varphi_x = \pi$

- Valeur limite de **h** pour avoir résonance d'élongation :

Pour avoir résonance d'élongation, il faut que $\omega_0^2 - \dfrac{h^2}{2m^2} > 0$

……………………………………………………………………………………………………..

……………………………………………………………………………………………………..

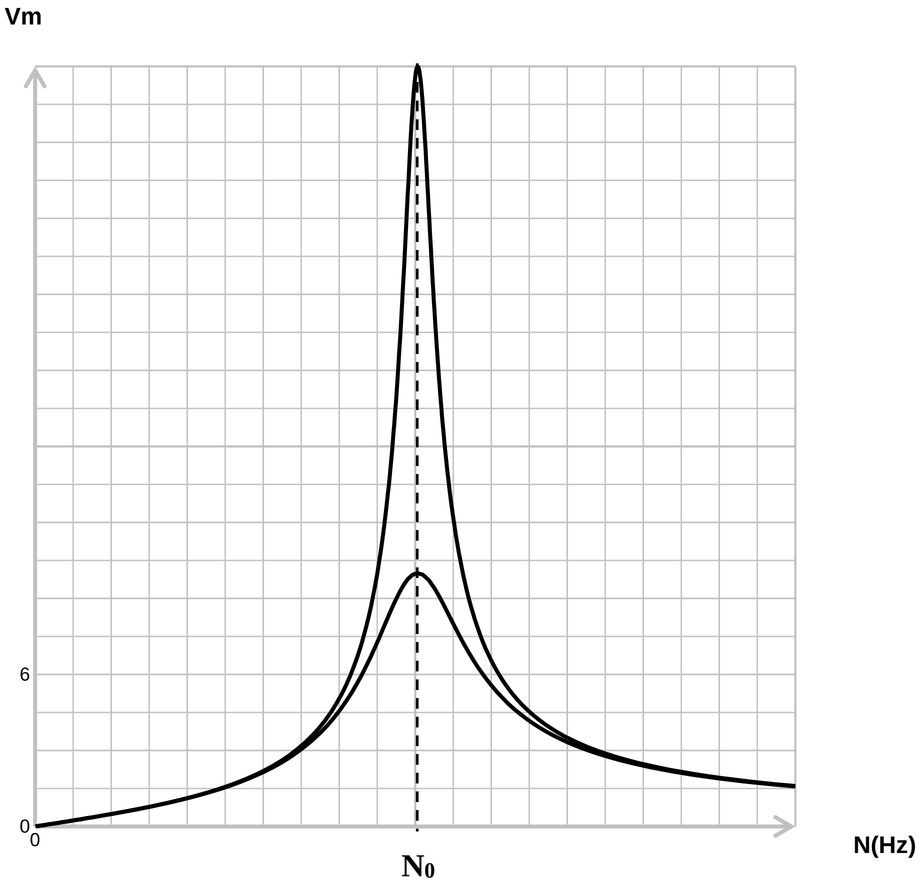
4- RÉSONANCE DE VITESSE :

Par analogie avec l'expression de la valeur maximale **I_m** de l'intensité du courant oscillant dans un circuit RLC série en régime forcé sinusoïdal

$I_m = \dfrac{U_m}{\sqrt{R_T^2 + (L\omega - \dfrac{1}{C\omega})^2}}$	

De la même manière que pour la résonance d'élongation, on peut caractériser la résonance de vitesse par analogie avec la résonance d'intensité en électricité :

	Résonance d'intensité	**Résonance vitesse**
Fréquence de résonance	$N = N_0$	
Valeur maximale de la grandeur oscillante	$I_m = \dfrac{U_m}{R_T}$	



5- PUISSANCE MECANIQUE MOYENNE :

Puissance électrique moyenne	Puissance mécanique moyenne
$P = \frac{1}{2} U_m \, \mathrm{I_m} \cos(\varphi_u - \varphi_i)$	
$\mathrm{os}(\varphi_u - \varphi_i) = \frac{R_T}{Z}$	
$U_m = Z \, \mathrm{I_m}$	
$P = \frac{1}{2} R_T I_m^2$	