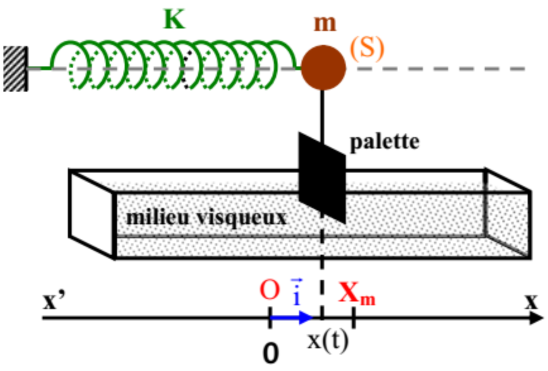
I / Les oscillations mécaniques libres amorties :

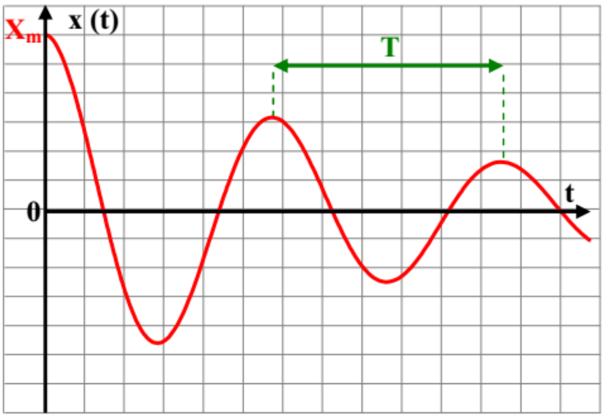
1°) Le pendule élastique en régime libre amorti :

a - Mise en situation :

Soit un solide (S), de masse m, attaché à l'extrémité libre d'un ressort horizontal sans masse, à spires non jointives et de constante de raideur K.

Le système (masse + ressort) constitue un pendule élastique.
A l'équilibre, le centre d'inertie de (S) coïncide avec l'origine O d'un axe x'x parallèle à l'axe du ressort.
On écarte le pendule de sa position d'équilibre jusqu'à l'abscisse X_m et on l'abandonne à lui-même sans vitesse initiale.
Il effectue alors un mouvement de translation rectiligne parallèle à l'axe du ressort d'élongation x (t).





b - Commentaire et définitions :

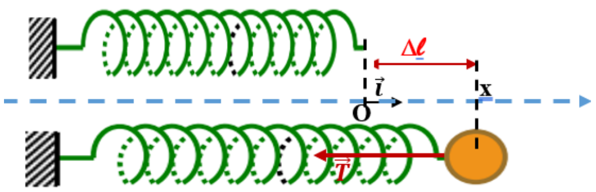
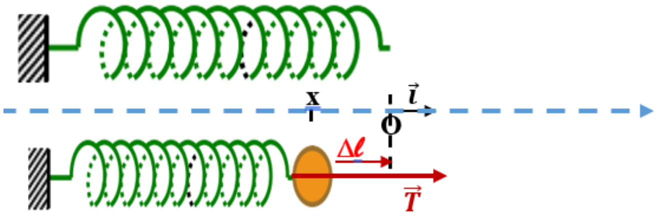
- Le solide (S) effectue un mouvement de va et vient de part et d'autre de sa position d'équilibre, l'élongation x (t) du mouvement est oscillante.

Les oscillations se succèdent sur des intervalles successifs et égaux à T.

- Le pendule effectue de lui-même un mouvement oscillatoire. On dit alors qu'on a des oscillations mécaniques libres.
- L'amplitude des oscillations diminue continuellement au cours du temps jusqu'à s'annuler. On dit alors que les oscillations sont amorties.

c - Equation différentielle régissant les oscillations mécaniques libres amorties :

Rappels : Valeur algébrique de la tension d'nu ressort :

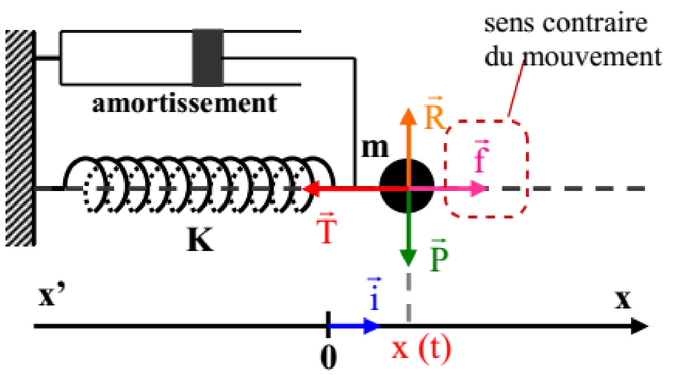
	
....	....

Au cours de son mouvement, le solide (S) est soumis à :

- ………………………………………………
- ………………………………………………
- ………………………………………………
- ………………………………………………

………………………………………………

………………………………………………



………………………………………………………

………………………………………………………

………………………………………………………

………………………………………………………

………………………………………………………

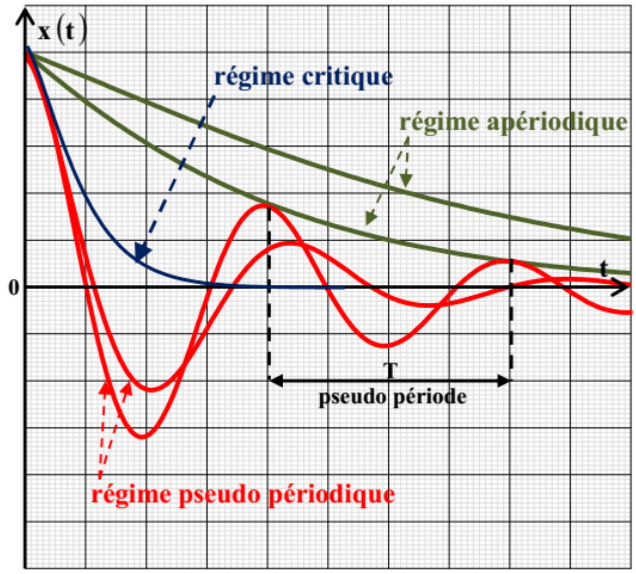
………………………………………………………

………………………………………………………

………………………………………………………

………………………………………………………

………………………………………………………



3°) Aspect énergétique :

• Pour un pendule élastique horizontal, l'énergie mécanique E_T est la somme de :

- son énergie cinétique ………………………………

- Son énergie potentielle élastique ……………………………………………………………………

………………………………………………………

………………………………………………………

………………………………………………………

………………………………………………………

………………………………………………………

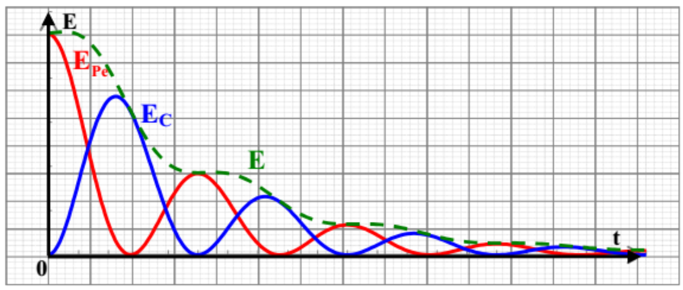
………………………………………………………

………………………………………………………

………………………………………………………

………………………………………………………

………………………………………………………



II / Les oscillations mécaniques libres non amorties :

1⁰) Le pendule élastique en régime libre non amorti :

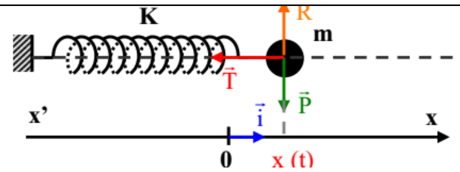
a - Mise en situation :

On étudie le mouvement du pendule élastique horizontal **en absence de frottement**.
On écarte le solide (S) de sa position d'équilibre jusqu'à l'abscisse x_0 et on le lâche, à $t = 0$, avec une vitesse initiale v_0.

b - Equation différentielle régissant les oscillations mécanique libres non amorties :

Appliquons la relation fondamentale de la dynamique au centre d'inertie G du système (solide + ressort) :

……………………………………………………..
……………………………………………………..
……………………………………………………..
……………………………………………………..
……………………………………………………..
……………………………………………………..



2⁰) Nature du mouvement :

L'équation différentielle $\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{k}{m}x = 0$ admet comme solution générale : $x(t) = X_m \sin(\omega_0 t + \varphi_x)$

Le pendule élastique est animé d'un mouvement sinusoïdal d'amplitude X_m et de fréquence N_0

……………………………………………………..
……………………………………………………..
……………………………………………………..
……………………………………………………..
……………………………………………………..
……………………………………………………..

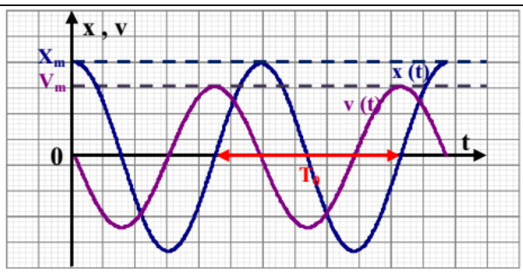
ω_0 est une caractéristique propre de l'oscillateur, indépendante des conditions initiales du mouvement.

$T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} = ……………$

$N_0 = \frac{1}{T_0} = …………$

3⁰) relation entre x(t) et v(t) :

……………………………………………………..
……………………………………………………..
……………………………………………………..
……………………………………………………..
……………………………………………………..



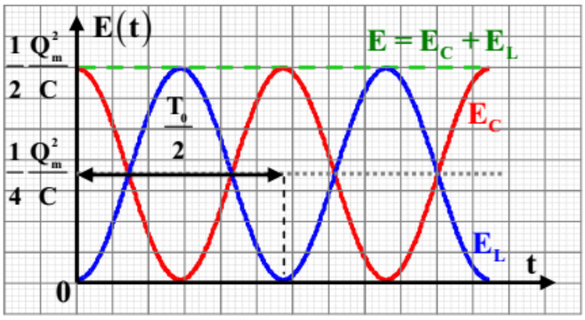
4⁰) relation indépendante du temps :

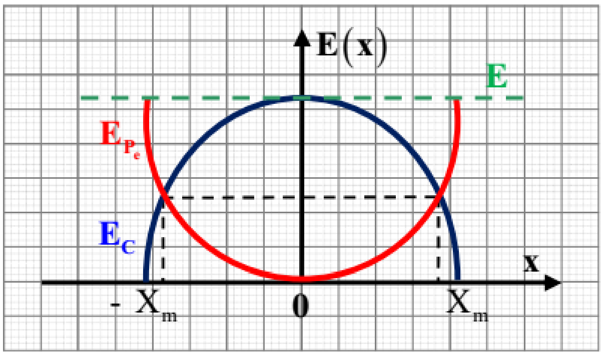
……………………………………………………..
……………………………………………………..
……………………………………………………..
……………………………………………………..
……………………………………………………..

……………………………………………………..
……………………………………………………..
……………………………………………………..
……………………………………………………..
……………………………………………………..

5°) Aspect énergétique :

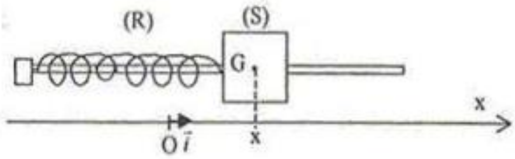
……………………………………………………
……………………………………………………
……………………………………………………
……………………………………………………
……………………………………………………
……………………………………………………
……………………………………………………
……………………………………………………
……………………………………………………
……………………………………………………
……………………………………………………
……………………………………………………
……………………………………………………
……………………………………………………
……………………………………………………
……………………………………………………
……………………………………………………
……………………………………………………
……………………………………………………
……………………………………………………





Application :

Un solide (S) de masse m, de centre d'inertie G, peut glisser sans frottements sur une tige horizontale.

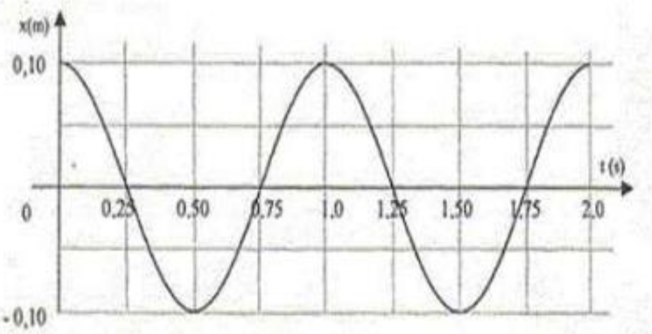


Il est accroché à un ressort (R) à spires non jointives, de masse négligeable et de raideur $K = 4{,}0\ N.m^{-1}$.

L'ensemble constitue un oscillateur élastique non amorti.

On étudie le mouvement de translation du solide (S) dans le référentiel terrestre supposé galiléen. Lorsque le solide (S) est à l'équilibre, son centre d'inertie G se situe à la verticale du point O, origine de l'axe des abscisses. Le solide est écarté de 10 cm de sa position d'équilibre et abandonné sans vitesse initiale à la date t = 0 s.

On procède à l'enregistrement des positions successives de G au cours du temps par un dispositif approprié. On obtient la courbe ci - contre :



1^0) Représenter et nommer les forces en G s'exerçant sur le solide (S).

2^0) L'élongation du mouvement s'écrit :

$$x(t) = X_m \sin(\omega_0 .t + \varphi_x)$$

a - Trouver graphiquement les valeurs de X_m et T_0.

b - En déduire l'équation numérique de x (t).

c - Calculer la masse m du solide (S).

3^0) a - L'énergie potentielle de pesanteur est choisie nulle dans le plan horizontal passant par G. Donner l'expression littérale de l'énergie mécanique du système {ressort + solide}, en fonction de K, m, x et sa dérivée première.

b - À partir de l'enregistrement ci-dessus, trouver pour quelles dates l'énergie potentielle élastique du système (ressort + solide) est maximale. Que vaut alors l'énergie cinétique ?

c - Calculer la valeur de l'énergie mécanique du système.