



1°) Equation différentielle en fonction de $i(t)$:

$$(R + r)i + L \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} \int i dt = u(t)$$

$\forall N$ ou $\forall \omega$	
$u(t) = U_m \sin(\omega t + \varphi_u) = U \sqrt{2} \sin(2\pi Nt + \varphi_u)$ $\left\{ \begin{array}{l} U_m : \text{Valeur maximale mesurée} \\ \text{à l'aide d'un oscilloscope} \\ U : \text{Valeur efficace mesurée} \\ \text{à l'aide d'un Voltmètre} \end{array} \right.$	$i(t) = I_m \sin(\omega t + \varphi_i) = I \sqrt{2} \sin(2\pi Nt + \varphi_i)$ $\left\{ \begin{array}{l} I_m : \text{Valeur maximale} = \frac{U_{Rm}}{R} \\ I : \text{Valeur efficace mesurée} \\ \text{à l'aide d'un Ampèremètre} \end{array} \right.$

2°) Vecteurs de Fresnel

$R_T i(t) = (R+r)i \quad \longrightarrow \quad \vec{V}_1 \left \begin{array}{l} R_T I_m = R I_m + r I_m \\ \varphi_i \end{array} \right.$	$\vec{V}_2 \perp \vec{V}_1$ dans le sens positif $\vec{V}_3 \perp \vec{V}_1$ dans le sens négatif \vec{V}_3 et \vec{V}_2 sont opposés (de sens contraire)
$u_L(t) = L \frac{di}{dt} \quad \longrightarrow \quad \vec{V}_2 \left \begin{array}{l} L \omega I_m \\ \varphi_i + \frac{\pi}{2} \end{array} \right.$	\vec{V}_3 et \vec{V}_2 sont opposés (de sens contraire)
$u_C(t) = \frac{1}{C} \int i dt \quad \longrightarrow \quad \vec{V}_3 \left \begin{array}{l} \frac{I_m}{C \omega} \\ \varphi_i - \frac{\pi}{2} \end{array} \right.$	
$u(t) \quad \longrightarrow \quad \vec{V} \left \begin{array}{l} U_m \\ \varphi_u \end{array} \right.$	$\vec{V}_1 = \underbrace{\vec{V}_1' + \vec{V}_1''}_{R_T I_m = R I_m + r I_m}$





3°) Représentation de Fresnel

$N > N_0$	$N < N_0$	$N = N_0$
$-\frac{\pi}{2} < \Delta\varphi = \varphi_u - \varphi_i < \frac{\pi}{2}$		
<p>$u(t)$ est en <u>avance</u> de phase par rapport à $i(t)$</p>	<p>$u(t)$ est en <u>retard</u> de phase par rapport à $i(t)$</p>	<p>$u(t)$ et $i(t)$ sont <u>en phase</u></p>
Nature du Circuit		
Circuit inductif	Circuit capacitif	Circuit résistif
Relations utilisons le déphasage		
$\operatorname{tg}(\varphi_u - \varphi_i) = \frac{L\omega - \frac{1}{C\omega}}{R+r}$	$\sin(\varphi_u - \varphi_i) = \frac{L\omega - \frac{1}{C\omega}}{Z}$	$\cos(\varphi_u - \varphi_i) = \frac{R+r}{Z}$
<p>Impédance du circuit RLC : $Z = \frac{U_m}{I_m} = \sqrt{(R+r)^2 + (L\omega - \frac{1}{C\omega})^2}$</p>		





4°) Comment comparer les tensions :

$u(t)$ et $u_R(t)$	$u(t)$ et $u_C(t)$	$u(t)$ et $u_B(t)$
<p>On a $Z > R \forall N$ alors $U_m > U_{Rm}$ Conclusion : la courbe qui possède l'amplitude le plus grand est celle qui représente $u(t)$</p>	<p>$\varphi_u - \varphi_{u_C} > 0 \forall N$ Conclusion : la courbe en avance de phase est celle qui représente $u(t)$</p>	<p>$\varphi_u - \varphi_{u_B} < 0 \forall N$ Conclusion : la courbe en Retard de phase est celle qui représente $u(t)$</p>

5°) La résonance d'intensité :

- **Im passe par sa valeur maximale**
- $\omega = \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ et $N = N_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$
- $Z_C = Z_L$ c à d $\frac{1}{C\omega} = L\omega$
- $U_{Cm} = U_{Lm}$
- $Z = R_T = R + r$
- $\varphi_u - \varphi_i = 0$
- $I_m = \frac{U_m}{R_T}$
- $u(t) = (R + r)i(t)$
- $\frac{dE_T}{dt} = 0$

Facteur de surtension :

$$Q = \frac{U_{Cm}}{U_m} = \frac{1}{(R+r)C\omega_0} = \frac{L\omega_0}{(R+r)} = \frac{1}{(R+r)} \sqrt{\frac{L}{C}}$$

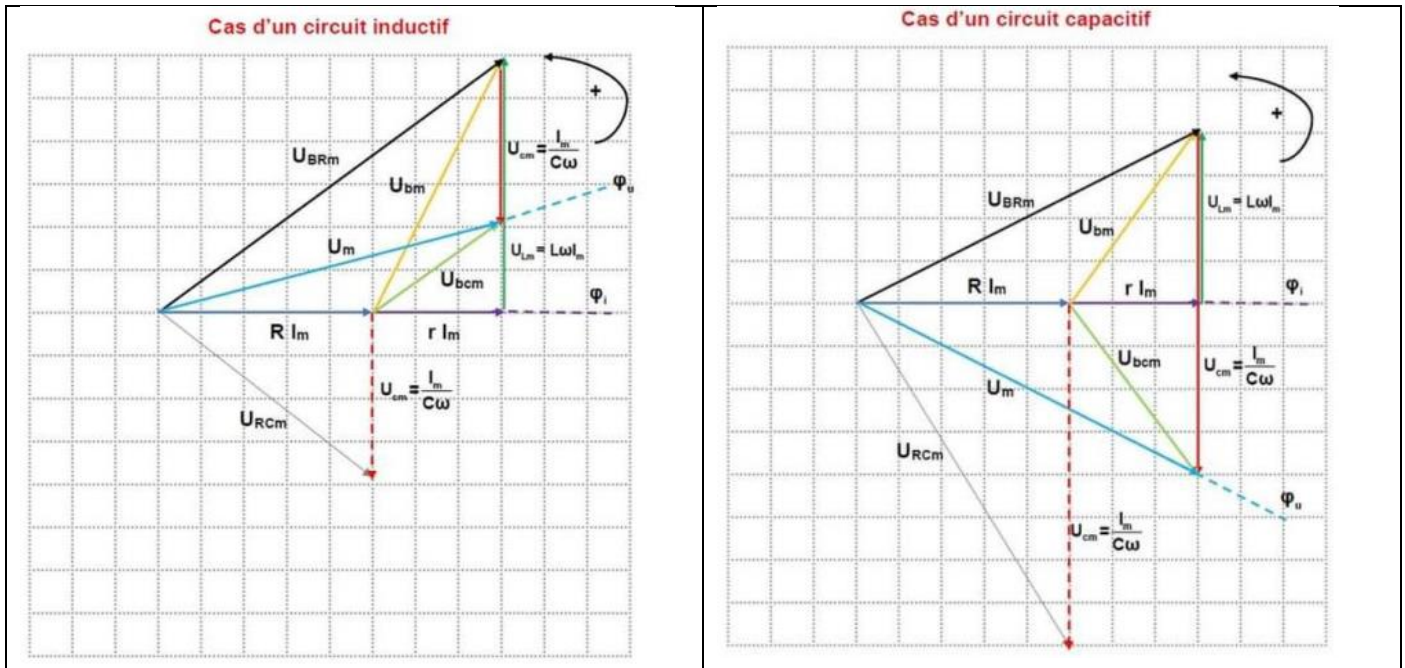
Puissance moyenne :

$$\begin{aligned}
 P &= \frac{1}{2} U_m \cdot I_m \cos(\varphi_u - \varphi_i) \\
 &= U \cdot I \cos(\varphi_u - \varphi_i) \\
 &= \frac{1}{2} (R+r) I_m^2 \\
 &= R I^2
 \end{aligned}$$





6°) Pour aller plus loin



$$Z = \frac{U_m}{I_m} = \sqrt{(R+r)^2 + (L\omega - \frac{1}{C\omega})^2} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} Z_R = \frac{U_{Rm}}{I_m} = R \\ Z_C = \frac{U_{Cm}}{I_m} = \frac{1}{C\omega} \\ Z_L = \frac{U_{Lm}}{I_m} = L\omega \\ Z_B = \frac{U_{Bm}}{I_m} = \sqrt{r^2 + (L\omega)^2} \\ Z_{B,C} = \frac{U_{B,Cm}}{I_m} = \sqrt{r^2 + (L\omega - \frac{1}{C\omega})^2} \\ Z_{R,B} = \frac{U_{R,Bm}}{I_m} = \sqrt{(r+R)^2 + (L\omega)^2} \\ Z_{R,C} = \frac{U_{R,Cm}}{I_m} = \sqrt{R^2 + (\frac{1}{C\omega})^2} \end{array} \right.$$





V/ La résonance de charge :

1°) Equation différentielle en q(t) :

$$\frac{q}{C} + R_T \frac{dq}{dt} + L \frac{d^2q}{dt^2} = u \quad \text{La solution de cette équation différentielle est } q(t) = Q_m \cdot \sin(\omega t + \varphi_q)$$

3°) Représentation de Fresnel :

1^{er} cas : $L\omega^2 < \frac{1}{C} \Rightarrow \omega < \omega_0$	2^{ème} cas : $L\omega^2 > \frac{1}{C} \Rightarrow \omega > \omega_0$	3^{ème} cas : $L\omega^2 = \frac{1}{C} \Rightarrow \omega = \omega_0$
$0 < \varphi_u - \varphi_q < \frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{2} < \varphi_u - \varphi_q < \pi$	$\varphi_u - \varphi_q = \frac{\pi}{2}$
$0 < \varphi_u - \varphi_q < \pi$		
q(t) est toujours <u>en retard de phase</u> par rapport à u(t)		

- $Q_m = \frac{I_m}{\omega}$ On trouve $Q_m = \frac{U_m}{\sqrt{R_T^2 \omega^2 + (L\omega^2 - \frac{1}{C})^2}}$

- Résonance de charge :**

$$q_m \text{ est max} \Rightarrow \frac{d}{d\omega} \left[R^2 \omega^2 + \left(L\omega^2 - \frac{1}{C} \right)^2 \right] = 0 \Rightarrow 2R^2 \omega_R + 2 \left(L\omega_R^2 - \frac{1}{C} \right) \cdot 2L\omega_R = 0$$

$$\Rightarrow 2\omega_R \left[R^2 + 2L \left(L\omega_R^2 - \frac{1}{C} \right) \right] = 0 \Rightarrow 2L^2 \omega_R^2 = \frac{L}{C} - R^2$$

soit

$$\omega_R^2 = \omega_0^2 - \frac{R^2}{2L^2}$$

ou encore

$$N_R^2 = N_0^2 - \frac{R^2}{8\pi^2 L^2}$$



