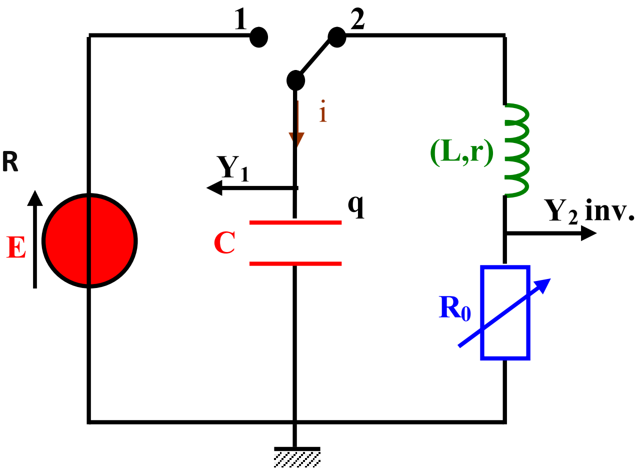
Production des oscillations libres amorties

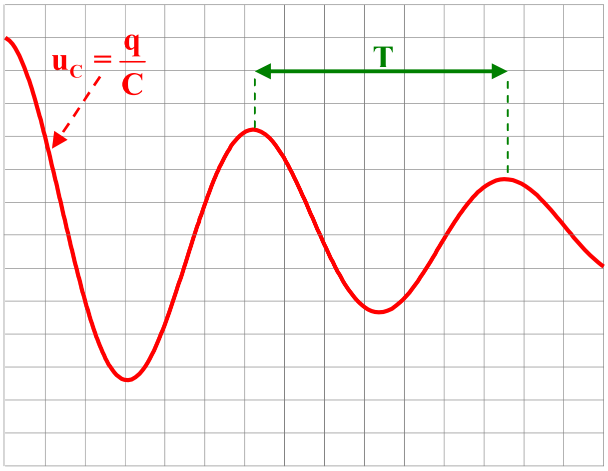


On place l'interrupteur sur la position 1 pour charger le condensateur puis on le place sur la position 2 pour avoir les oscillations électriques libres amorties (en cas de résistance R faible).

Avant la décharge, la charge initiale du condensateur est Q_0=C.E

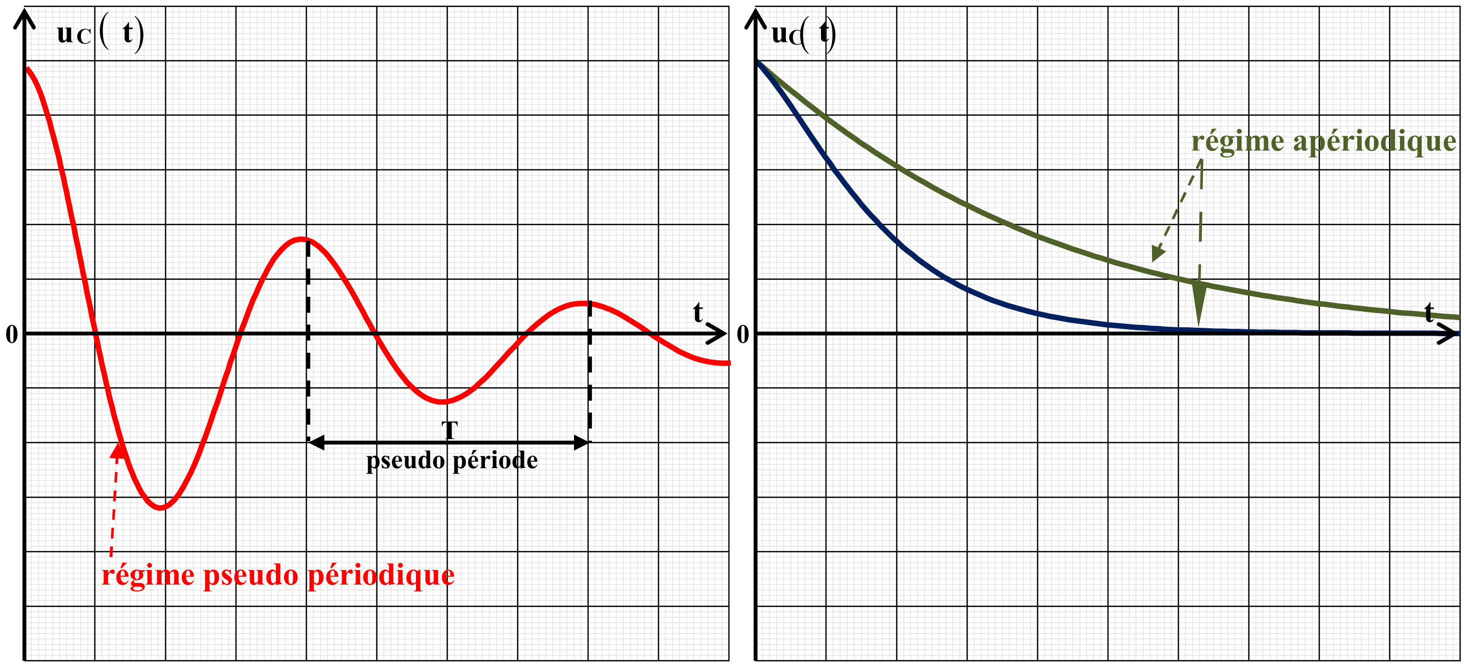
Cette décharge s'appelle décharge oscillante car elle s'effectue dans une bobine.

Avec R(faible), on obtient le graphe suivant :



influence de l'amortissement

On répète la même expérience en augmentant la valeur de la résistance R, on obtient les graphes suivants :



Remarque : le régime critique correspond au passage le plus rapide de u_C vers sa valeur nulle et sans oscillations.

Equation différentielle

D'après la loi des mailles(K est en position 2) :

$u_B + u_R + u_C = 0$ $\quad L\frac{di}{dt} + ri + Ri + u_c = 0$ $\quad L\frac{di}{dt} + ri + Ri + \frac{q}{C} = 0$ $\quad L\frac{di}{dt} + (R+r)i + \frac{q}{C} = 0$ **avec**

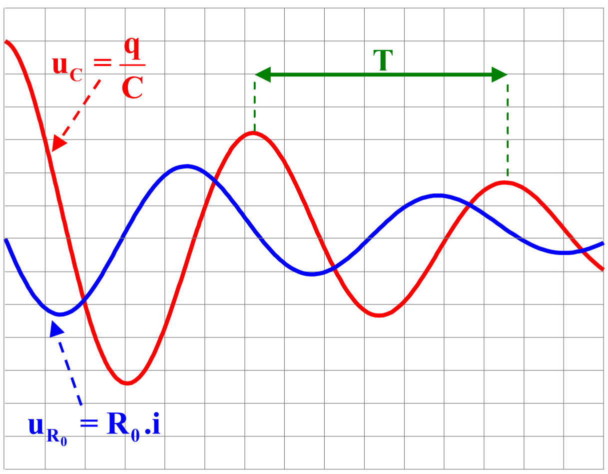
$i = \frac{dq}{dt}$ et $\frac{di}{dt} = \frac{d^2q}{dt^2}$ **donc :** $\boxed{L\frac{d^2q}{dt^2} + (R+r)\frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = 0}$ **ou** $\boxed{\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{(R+r)}{L}\frac{dq}{dt} + \frac{q}{LC} = 0}$

c'est l'équation différentielle qui régit les variations de la charge q(t) du condensateur en régime libre amorti.

Remarque : on peut établir l'équation différentielle régissant les variations de la tension u_c aux bornes du condensateur en remplaçant q = Cu

En Fonction de q(t)	En Fonction de u_C(t)
$u_C + u_b + u_R = 0$ $\frac{q}{C} + L\frac{di}{dt} + ri + Ri = 0$ $\frac{q}{C} + L\frac{di}{dt} + (R+r)i = 0$ $i = \frac{dq}{dt} \Rightarrow \frac{di}{dt} = \frac{d^2q}{dt^2}$ $\frac{q}{C} + L\frac{d^2q}{dt^2} + (R+r)\frac{dq}{dt} = 0$ $\Rightarrow \frac{q}{C} + (R+r)\frac{dq}{dt} + L\frac{d^2q}{dt^2} = 0$	$u_C + u_b + u_R = 0$ $u_C + L\frac{di}{dt} + ri + Ri = 0$ $u_C + L\frac{di}{dt} + (R+r)i = 0$ $i = C\frac{du_C}{dt} \Rightarrow \frac{di}{dt} = C\frac{d^2u_C}{dt^2}$ $u_C + LC\frac{d^2u_C}{dt^2} + (R+r)C\frac{du_C}{dt} = 0$ $\Rightarrow u_C + (R+r)C\frac{du_C}{dt} + LC\frac{d^2u_C}{dt^2} =$

En Fonction de i(t)	En Fonction de u_R(t)
$u_C + u_b + u_R = 0$ $u_C + L\frac{di}{dt} + ri + Ri = 0$ $u_C + L\frac{di}{dt} + (R+r)i = 0$ $\frac{d}{dt}(u_C + L\frac{di}{dt} + (R+r)i = 0)$ $\frac{du_C}{dt} + L\frac{d^2i}{dt^2} + (R+r)\frac{di}{dt} = 0$ $i = C\frac{du_C}{dt} \Rightarrow \frac{du_C}{dt} = \frac{i}{C}$ $\frac{i}{C} + L\frac{d^2i}{dt^2} + (R+r)\frac{di}{dt} = 0$ *On multiplie par C* $i + (R+r)C\frac{di}{dt} + LC\frac{d^2i}{dt^2} = 0$	$u_C + u_b + u_R = 0$ $u_C + L\frac{di}{dt} + ri + Ri = 0$ $u_C + L\frac{di}{dt} + (R+r)i = 0$ $\frac{d}{dt}(u_C + L\frac{di}{dt} + (R+r)i = 0)$ $\frac{du_C}{dt} + L\frac{d^2i}{dt^2} + (R+r)\frac{di}{dt} = 0$ $i = C\frac{du_C}{dt} \Rightarrow \frac{du_C}{dt} = \frac{i}{C}$ $\frac{i}{C} + L\frac{d^2i}{dt^2} + (R+r)\frac{di}{dt} = 0$ *On multiplie par RC* $u_R + (R+r)C\frac{du_R}{dt} + LC\frac{d^2u_R}{dt} = 0$



$$\begin{cases} si\ u_C = \pm U_{C\max}\quad alors\ \ i = 0 \\ aussi \\ si\ i = \pm I_{\max}\quad alors\ \ u_C = 0 \end{cases}$$

Non conservation de l'énergie totale d'un circuit RLC série

L'énergie totale $E = E_c + E_L$ avec

E_c : énergie électrique emmagasinée dans le condensateur.

E_L : énergie magnétique emmagasinée dans la bobine.

$$\boxed{E = \frac{1}{2}cu_c^2 + \frac{1}{2}Li^2}$$

De même ici pour voir comment varie l'énergie totale E, on doit calculer sa dérivée :

$$\frac{dE}{dt} = \frac{1}{2}C\frac{d(u_c^2)}{dt} + \frac{1}{2}L\frac{d(i^2)}{dt}$$

avec $u_c(t)$ et $i(t)$ sont deux fonctions de temps(et non pas des valeurs constantes).

Rappel : dérivée d'une fonction carré : $(f^2(t))' = \frac{d(f^2)}{dt} = 2f(t)f'(t)$

$\frac{d(u_c^2)}{dt} = 2u_c\frac{du_c}{dt}$ **et** $\frac{d(i^2)}{dt} = 2i\frac{di}{dt}$ $\qquad \frac{dE}{dt} = \frac{1}{2}C2u_c\frac{du_c}{dt} + \frac{1}{2}L2i\frac{di}{dt}$

$\frac{dE}{dt} = u_cC\frac{du_c}{dt} + Li\frac{di}{dt}$ **or** $C\frac{du_c}{dt} = i$ **donc** $\frac{dE}{dt} = u_ci + Li\frac{di}{dt} = i(u_c + L\frac{di}{dt})$

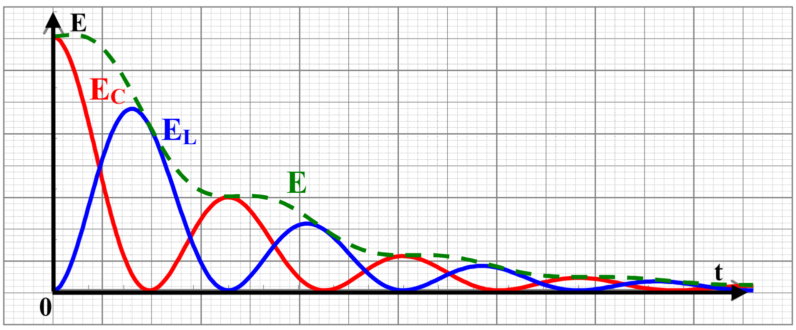
d'après la loi des mailles $u_c + L\frac{di}{dt} = -(R+r)i$

$\boxed{\frac{dE}{dt} = i(-(R+r)i) = -(R+r)i^2}$ $\qquad \frac{dE}{dt} < 0$ donc E est décroissante.

L'énergie totale d'un circuit RLC série diminue au cours du temps.

A cause de l'énergie dissipée (perdue) sous forme d'effet joule (chaleur) (thermique) dans la résistance totale du circuit

$E = E_C + E_L$



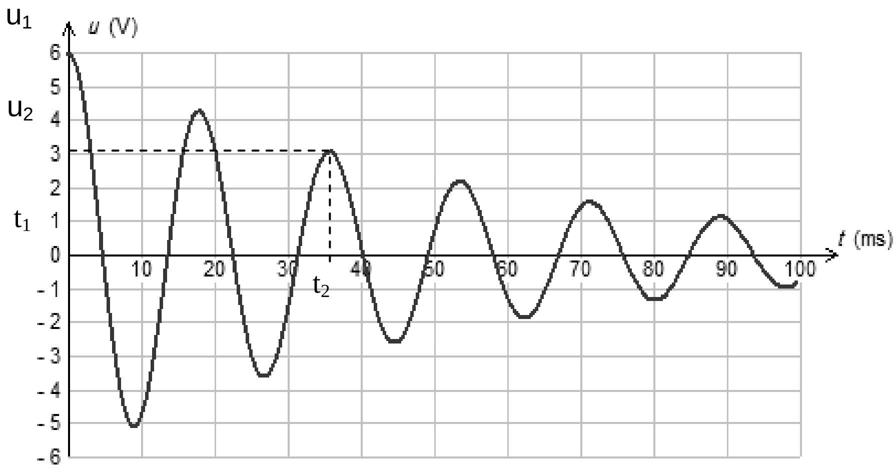
$$\begin{cases} si\ E_C = E_{C\,max} & alors\ E_L = 0 \\ aussi & \\ si\ E_L = E_{L\,max} & alors\ E_C = 0 \end{cases}$$

Calcul de l'énergie perdue pendant une durée $\Delta t = t_2 - t_1$

Exemple : on prend $t_1 = 0$ s et $t_2 = 35$ ms. En ces deux dates, u_C est maximale donc E_e est maximale d'où E_L est nulle (car lorsque u_c est maximale $\frac{du_c}{dt} = 0$ or $i = C\frac{du_c}{dt}$ donc i=0 d'où $E_L = 0$).

A t_1 , $E_1 = E_e(t=t_1) = \frac{1}{2}Cu_1^2$ et à $t=t_2$ on a $E_2 = E_e(t=t_2) = \frac{1}{2}Cu_2^2$ donc l'énergie dissipée par effet joule dans (R + r) ou perdue est égale à

$$\boxed{E_{dissipée} = E_1 - E_2 = \frac{1}{2}C(u_1^2 - u_2^2)}.$$



- Le circuit RLC série est le siège d'oscillations électriques libres amorties.

Oscillations : La tension uc(t) varie de part et d'autre de sa valeur nulle.

* Libres : Les oscillations se produisent en absence du générateur qui apporte de l'énergie au circuit.

* Amorties : l'amplitude des oscillations de uc(t) diminue au cours du temps.

- Lorsque la résistance totale du circuit (R+r) est faible, le circuit est en régime pseudo-périodique

Caractérisé par une pseudo-période T.

- En régime pseudo-périodique, **par augmentation de la résistance** totale du circuit

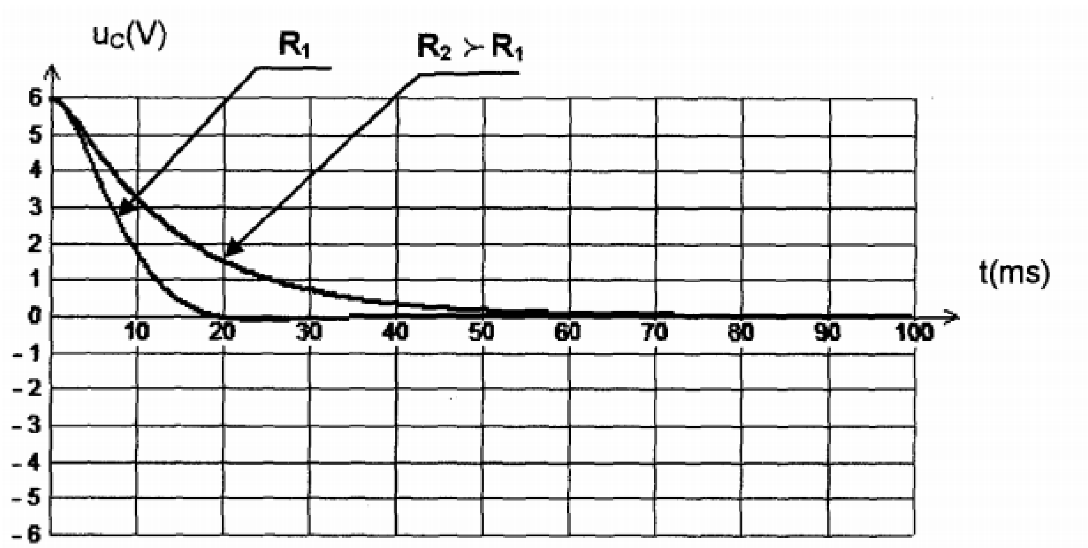
* Le nombre des oscillations, pendant la même durée, diminue.

* La pseudo-période T augmente.

- Lorsque la résistance totale du circuit (R +r) est relativement importante, le régime n'est plus oscillatoire il est apériodique au cours du quel la tension uc(t) aux bornes du condensateur s'annule sans effectuer aucune oscillation.

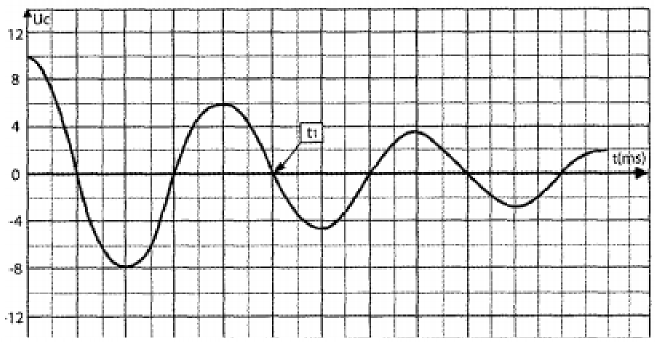
En régime apériodique lorsqu'on augmente la résistance totale (R +r) du circuit la durée d'annulation de la tension uc(t) aux bornes du condensateur augmente.

- La résistance critique correspond à la plus petite résistance du circuit dans le régime apériodique associé à la plus petite durée d'annulation de la tension uc(t) aux bomes du condensateur.



Trés important :

Quelle est la forme de l'énergie emmagasinée dans le circuit à l'instant t_1 ? Indiquer comment calculer sa valeur.



$$E_T(t_1) = E_L = \frac{1}{2} L.[C.pente(t_1)]^2$$

A l'instant t_1 : $u_c=0$ $\Rightarrow |i|$ est maximale= I_{max}. donc, toute l'énergie emmagasinée dans le circuit est sous forme magnétique.

$i=C.\dfrac{du_C}{dt}$ graphiquement : i=C.P(T) avec p(T) : pente de la tangente à la courbe à la date t_1.