LES GRANDEURS SINUSOÏDALES

I] Grandeurs périodiques Sinusoïdales :

1) Définition :

On dit que y est une fonction sinusoïdale si à chaque instant t , on a :**$y(t)=a.\sin(\omega\ t+ \varphi)$**

ω :pulsation (en rad.s^{-1})

Q_m :amplitude ou Valeur maximale

φ_q :phase à l'origine ou phase initiale (en rad)

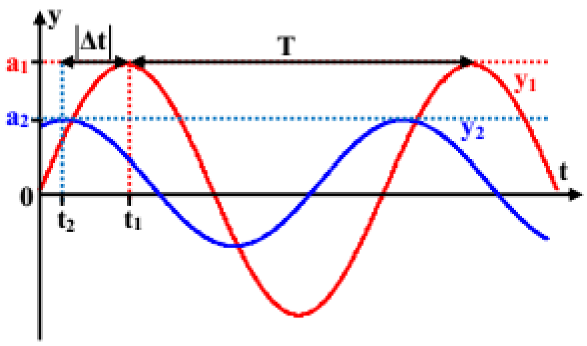
2) Comparaison entre deux grandeurs sinusoïdales : :

Pour comparer deux grandeurs sinusoïdales, il faut qu'elles soient :
- de même nature.
- synchrones : elles sont isochrones (même pulsation ω) et évoluent ensemble au cours du temps .

Soient deux grandeurs synchrones de même nature :

$$y_1(t) = a_1 \sin (\omega\ t + \varphi_1) \text{ et } y_2(t) = a_2 \sin (\omega\ t + \varphi_2)$$

a - Déphasage entre les deux grandeurs :

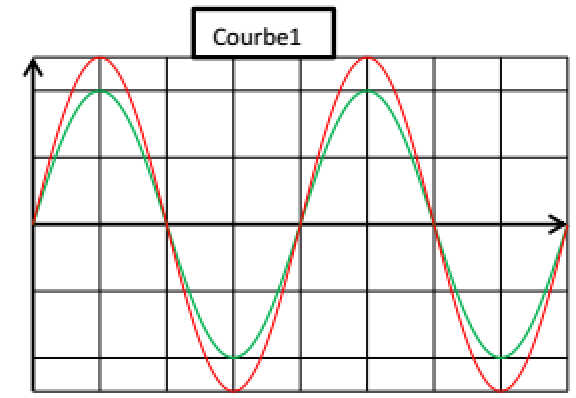
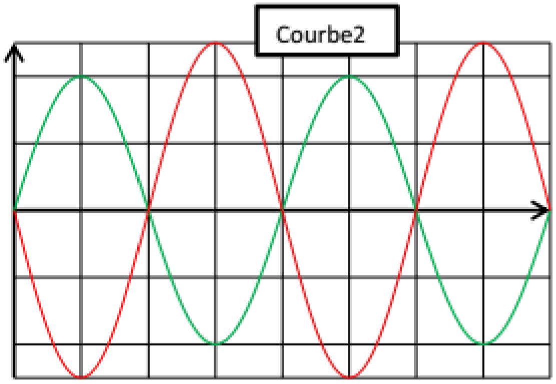
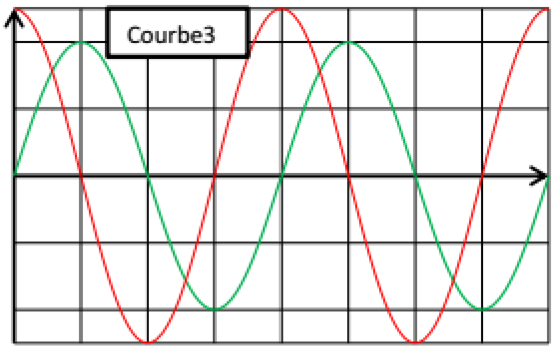
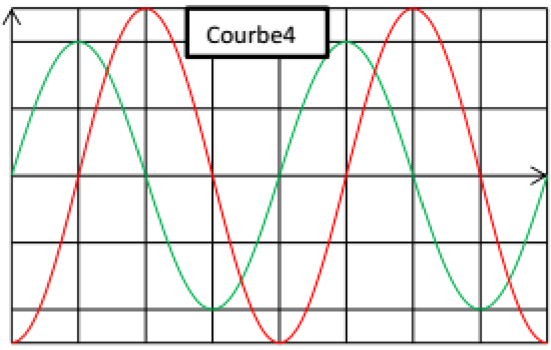


- Si $\varphi_2 > \varphi_1$ alors $y_2(t)$ ………………………………………………………….. $y_1(t)$.
- Si $\varphi_2 < \varphi_1$ alors $y_2(t)$ ………………………………………………………….. $y_1(t)$.
- Si $\varphi_2 = \varphi_1$ alors $y_2(t)$ et $y_1(t)$ sont ………………..

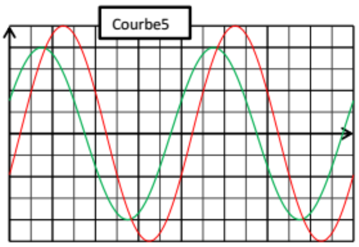
b - Cas particuliers :

Courb1 : $u_1(t)$ ————

Courbe 2 : $u_2(t)$ ————

 ……………………………………………………………..	 ……………………………………………………………..
 ……………………………………………………………..	 ……………………………………………………………..

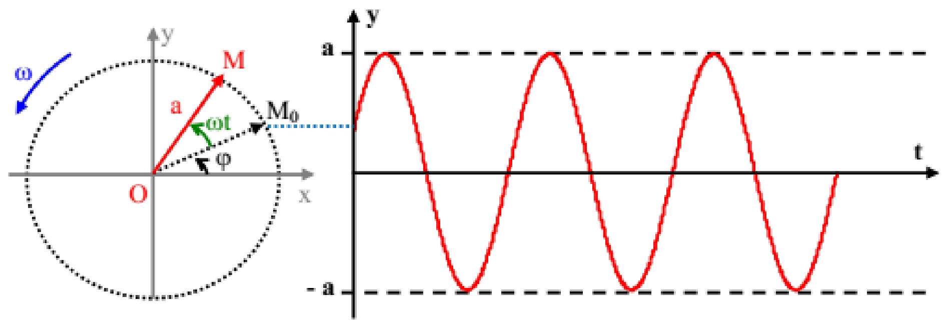
Application : Déterminer le déphasage entre $u_1(t)$ et $u_2(t)$

	………………………………………………………… ……………………………………………………… ………………………………………………………… …………………………………………………………

II / Opérations sur les grandeurs sinusoïdales :

1°) Vecteur de Fresnel :

considérons un vecteur OM de module a qui tourne autour d’un point fixe O avec vitesse angulaire ω dans un plan (Ox,Oy).



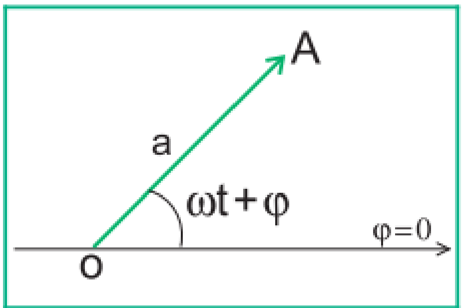
Lorsque le vecteur $\overline{OM}$ tourne, l'angle $\left(\widehat{\overline{Ox},\overline{OM}}\right)$ varie :

- à l'instant $t = 0$, $\left(\widehat{\overline{Ox},\overline{OM_0}}\right) = \varphi$
- à l'instant t, $\left(\widehat{\overline{Ox},\overline{OM}}\right) = (\omega t + \varphi)$

La projection de $\overline{OM}$ sur l'axe Oy décrit un mouvement sinusoïdal de pulsation ω et d'amplitude a :

$$y(t) = a \sin(\omega t + \varphi)$$

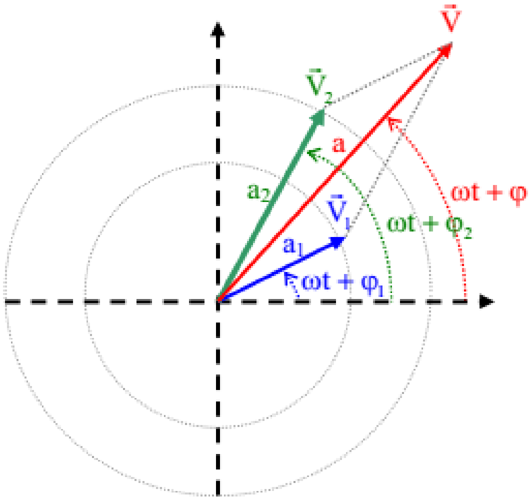
Réciproquement, à toute fonction sinusoïdale $y(t) = a \sin(\omega t + \varphi)$ on associe un vecteur tournant V de module a , de phase à l'origine φ et qui tourne à une vitesse angulaire ω . Le vecteur tournant V est appelé **vecteur de Fresnel** associé à la fonction y(t).

A une fonction **$y(t) = a \sin(\omega t + \varphi)$** on associe, un vecteur appelé vecteur de Fresnel - de module égal à l'amplitude a de y, - d'origine O confondue avec le centre du cercle trigonométrique, - tournant avec une vitesse angulaire égale à la pulsation **ω** **dans le sens trigonométrique choisi conventionnellement comme sens positif,** - faisant, à l'instant t = 0 avec l'axe (O,i) un angle égal à la phase initiale φ.	 Vecteur de Fresnel

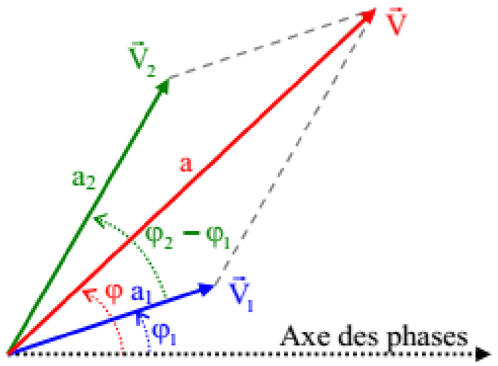
2°) Représentation de Fresnel :

- à $y_1(t) = a_1 \sin(\omega t + \varphi_1)$ on associe $\vec{V}_1(t)\left|\begin{array}{l} a_1 \\ \omega t + \varphi_1 \end{array}\right.$
- à $y_1(t) = a_1 \sin(\omega t + \varphi_1)$ on associe $\vec{V}_2(t)\left|\begin{array}{l} a_2 \\ \omega t + \varphi_2 \end{array}\right.$
- à $y(t) = a \sin(\omega t + \varphi)$ on associe $\vec{V}(t)\left|\begin{array}{l} a \\ \omega t + \varphi \end{array}\right.$

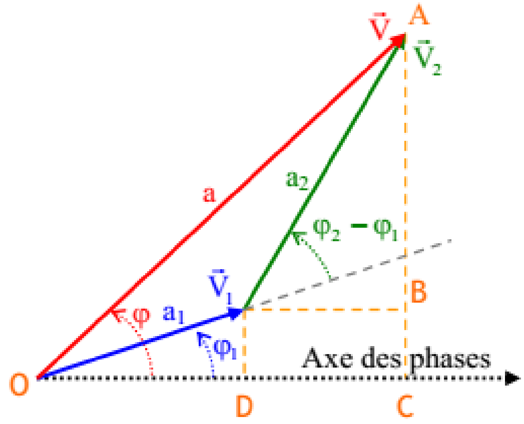
$$y(t) = y_1(t) + y_2(t) \rightarrow \vec{V}(t) = \vec{V}_1(t) + \vec{V}_2(t)$$



La vitesse angulaire ω étant la même, le parallélogramme généré par $\vec{V}_1$ et $\vec{V}_2$ ne varie pas au cours du temps , on étudie alors la représentation à l'origine du temps :



ou bien



Applications :